

Température d'une pièce

Température d'une pièce

chauffage quasi-statique $\Rightarrow dU = \delta Q_1 + \delta Q_2$ Δ signes

$$\Rightarrow \frac{dU}{dt} = P_1 + P_2 \text{ soit } C \cdot \frac{d\theta}{dt} = k_1(\theta_1 - \theta) - k_2(\theta - \theta_2)$$

$$\Rightarrow \dot{\theta} + \frac{1}{\tau} \theta = \frac{1}{\tau} \frac{k_1\theta_1 + k_2\theta_2}{k_1 + k_2} = \frac{1}{\tau} \theta_e ; \theta_e = \text{température de R.P.}$$

$$\Rightarrow \theta(t) = \theta_e - (\theta_e - \theta_2) e^{-t/\tau} \quad \tau = C/(k_1 + k_2)$$

durée caract. $\tau \approx 1 \text{ h } 26 \Rightarrow \theta_e$ atteinte en $\pm 7 \text{ h}$ ($\approx 1\%$ près).

$\theta(3\tau) \approx 19,25^\circ\text{C} ; \theta(5\tau) \approx 19,9^\circ\text{C} \dots$

Système thermo-mécanique

Nb : à l'équilibre de la paroi mobile entre le gaz et le ressort, on aura : $P \cdot S \cdot x = n \cdot R \cdot T$ et $P \cdot S = k \cdot x$.

- 1) Ici on n'a que l'équation d'état du gaz : $P_0 \cdot S \cdot x_0 = n \cdot R \cdot T_0$ d'où $P_0 = (5/3) \cdot 10^4 \text{ Pa}$.
- 2) Le ressort exerce la force $k \cdot x_0 = 1,5 \text{ kN} > P_0 \cdot S = 0,17 \text{ kN}$, donc une fois la contrainte supprimée, le ressort comprime le gaz, ce qui tend à échauffer celui-ci. Compte tenu de la présence du thermostat, le gaz se refroidira par transfert thermique à travers les parois, mais on sait que ces transferts sont lents et que le temps de relaxation associé est plus grand que les durées de relaxation mécaniques. On peut donc prévoir que le gaz va s'échauffer avant de se refroidir. La transformation n'est pas isotherme, par contre elle répond à la définition de monotherme.

Pour ce qui est de la pression, la pression « extérieure » au gaz est exercée à la frontière du gaz par le piston, c'est donc $P_{ext} = k \cdot x / S$, elle n'est pas constante (et en plus l'état initial n'était pas un état d'équilibre) donc la transformation n'est ni isobare ni monobare.

- 3) éq. méca : $P_1 \cdot S \cdot x_1 = n \cdot R \cdot T_0$ et $P_1 \cdot S = k \cdot x_1$, d'où $k \cdot x_1^2 = n \cdot R \cdot T_0 \Rightarrow x_1 = 0,5 \text{ m}$ et $P_1 = 0,5 \text{ bar}$.
- 4) a) L'énergie interne U est extensive, donc : $U(\{\text{gaz, ressort}\}) = U(\text{gaz}) + U(\text{ressort})$.

Le premier principe s'écrit ici pour ce système : $\Delta U = Q$ (par échange avec thermostat)

On a $\Delta U(\text{gaz}) = n \cdot C_{v,m} \cdot \Delta T = 0$ et $\Delta U(\text{ressort}) = \Delta E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_1^2 - x_0^2)$, donc on peut dire que le gaz a transmis l'énergie perdue par le ressort à l'extérieur : $Q = \Delta E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_1^2 - x_0^2)$ soit $Q = -1 \text{ kJ}$.

b) Le premier principe s'écrit ici pour le gaz : $\Delta U = Q$ (avec thermostat) + W (avec piston) ; comme le piston est mu par le ressort, le travail reçu par le gaz est celui de la force de tension du ressort, soit : $W = -\Delta E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_0^2 - x_1^2) = 1 \text{ kJ}$ (positif car reçu).

D'autre part, $\Delta U(\text{gaz}) = n \cdot C_{v,m} \cdot \Delta T = 0$, donc par premier principe : $Q = -1 \text{ kJ}$, *cqfd*.

- 5) Le gaz recevant de l'énergie et ne pouvant l'évacuer, sa température augmente, donc sa pression également, et il repousse le piston en comprimant le ressort.

Premier principe : $\Delta U(\{\text{gaz, ressort}\}) = W = r \cdot i^2 \cdot \Delta t$.

Par extensivité : $\Delta U(\{\text{gaz, ressort}\}) = n \cdot C_{v,m} \cdot \Delta T + \Delta E_p = [n \cdot R / (\gamma - 1)] \cdot \Delta T + \frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_2^2 - x_1^2)$;

on a deux positions d'équilibre donc $k \cdot x_1^2 = n \cdot R \cdot T_0$ et $k \cdot x_2^2 = n \cdot R \cdot T_2$, d'où :

$\Delta U(\{\text{gaz, ressort}\}) = [n \cdot R / (\gamma - 1)] \cdot (T_2 - T_0) \Delta T + \frac{1}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_0) = n \cdot R \cdot [(\gamma + 1) / (\gamma - 1)] \cdot (T_2 - T_0)$;

En identifiant à $W = 470 \text{ J}$, il vient $T_2 \approx 441 \text{ K}$, d'où $x_2 \approx 0,61 \text{ m}$ et $P_2 \approx 0,61 \text{ bar}$.

Piston + gaz parfait

1. éq. $\Rightarrow -P_o S - mg + PS = 0$ alors $p_1 = p_o + \frac{mg}{S} = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; alors $n = \frac{p_1 V_o}{RT_o} = 4.05 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$

2-1 éq. thermique et mécanique : $T_f = T_o$; $p_f = p_o + \frac{mg + Mg}{S} = 1.11 \text{ bar}$; $V_f = \frac{p_1 V_o}{P_f} = 0.91 \text{ L}$

2-2 $U = U(\text{GP} + \text{piston} + \text{masse M}) \Rightarrow \Delta U = C_v(\text{totale}) \cdot \Delta T = 0$ car T revient à T_o : $\Delta U = 0$

$$p_{\text{ext}} = p_o \Rightarrow W = -p_o (V_f - V_o) \cong 9 \text{ J} ; \Delta E_p = (m + M) g \left(\frac{V_f - V_o}{S} \right) \cong -1 \text{ J} \text{ (travail du poids de M)}$$

$$Q = \Delta E_p + \Delta U - W = \left(\frac{(m + M) g}{S} + P_o \right) (V_f - V_o) \cong -10 \text{ J}$$

2-3 $\Delta U = C_v(\text{GP}) \cdot \Delta T = 0$ car T revient à T_o : $\Delta U = 0$;

la frontière du système est cette fois la face inférieure du piston :

le gaz subit : $p_{\text{ext}} = p_o + (m + M) \cdot g / S = p_f$ tout au long de la transformation

$$W' = -p_{\text{ext}} (V_f - V_o) = (p_f / p_o) \cdot W \cong 10 \text{ J} ; \Delta E_p = 0 ; \text{ on a donc } Q = -W \cong -10 \text{ J}$$

NB : le travail du poids de M est cette fois inclus dans le travail des forces pressantes, ce qui est normal car le poids réparti sur S agit ici sur le gaz comme une force pressante.

Transfo polytropique

Transfo. polytropique

$$\bullet dU_{\text{gaz}} = \delta W + \delta Q = -p \cdot dV - \delta Q_s \text{ or } \delta Q_s = dU_s \text{ car } \delta W_s = 0$$

$$\Rightarrow C_{v,\text{gaz}} dT = -p \cdot dV - C_s \cdot dT \Rightarrow \underline{\underline{\left(C_s + \frac{nR}{\gamma - 1} \right) dT = -p \cdot dV}}$$

$$\bullet pV = nRT \Rightarrow dT = \frac{1}{nR} (Vdp + pdV) \Leftrightarrow \frac{C_s + C_g}{nR} (Vdp + pdV) = -p \cdot dV$$

$$\Rightarrow \text{(séparation var.)} : \left(\frac{nR}{C_s + C_g} + 1 \right) \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0 \text{ soit } \underline{\underline{k \cdot \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0}}$$

$$\text{On intègre : } k \ln\left(\frac{V}{V_o}\right) + \ln\left(\frac{p}{p_o}\right) = 0 \text{ soit } \underline{\underline{p \cdot V^k = p_o \cdot V_o^k}}$$

$$\text{Transfo. polytropique de paramètre } k = \frac{nR}{C_s + C_g} + 1$$

$$\bullet C_s \ll C_g \Rightarrow k \approx \frac{nR}{C_g} + 1 = \gamma : \text{ loi de Laplace}$$

$$\bullet C_s \gg C_g \Rightarrow k \approx 1 \Rightarrow p \cdot V = \text{cste} : \text{ isotherme car le solide "absorbe" l'énergie.}$$

Calorimétrie adiabatique

2) **détermination d'une capacité thermique** : $\Delta H = 0 \Rightarrow \dots \theta_f = 36,4 \text{ }^\circ\text{C}$; $\mu = 30 \text{ g}$; $c(\text{Al}) = 0,91 \text{ J/g/K}$

3) **détermination d'une chaleur latente** : $\Delta H = 0 \Rightarrow \dots L_f(T_o) \cong 334 \text{ J/g/K}$.